1. 波松分布(Poisson distribution)的假設為何? **(10 分)** 以波松分布說明何謂中央極限定理(central limit theorem)? **(10 分)**
2. 某系統傳輸一個訊號發生誤傳的機率為 p (p 遠小於 1)，且每個訊號傳輸時彼此獨立。若在傳輸 1 仟 500 萬個訊號中超過 1000 個訊號被誤傳的機率為 Q，如何估計 Q？ **(20 分)**
3. 一矩形之長 X 與寬 Y 皆為常態分布(normal distribution)，平均值分別為 μ_X 與 μ_Y，變異(variance)分別為 σ_X^2 與 σ_Y^2，共分散(covariance)為 cov(X,Y)。求該矩形周長的機率分布。 **(10 分)**
4. 某隨機變數 X 具指數分布(exponential distribution)，其機率密度函數如下：

$f_X(x)=\lambda e^{-\lambda x},\ \lambda>0;\ x\ge 0.$ 該分布之一組隨機樣本 $[(x_1,x_2,\cdots,x_n),\ n=30]$ 如下表。

32.62	15.34	11.88	57.39	14.89	37.49	32.53	79.64	73.33	13.69
11.82	53.78	38.91	38.42	107.28	20.76	38.66	19.02	10.04	27.83
60.91	33.84	5.73	29.11	11.64	35.96	22.84	9.61	162.06	2.84

(1) 若 Y_1 為順序統計量($Y_1=\min(X_1,\cdots,X_n)$)，試推演隨機變數 $W=n\lambda Y_1$ 之累積分布函數(cumulative distribution function)。 **(10 分)**

(2) 利用 W 與上表之隨機樣本，推估隨機變數 X 參數 λ 之 90%信賴區間(confidence interval)。 **(10 分)**

5. 某隨機變數 X 具均勻分布(continuous uniform distribution) $U(0,\theta)$，下列資料為該分布之一組隨機樣本。

31.76	6.25	31.23	32.80	13.39	3.93	22.89	4.54	28.97	8.69
21.20	26.77	5.40	12.50	21.99	24.73	18.31	18.45	19.98	10.94
9.13	33.85	13.26	35.36	27.49	37.41	38.23	33.57	2.22	21.95

(1) 若 Y_n 為順序統計量($Y_n=\max(X_1,\cdots,X_n)$)，試推演隨機變數 $W=\frac{Y_n}{\theta}$ 之機率密度函數(probability density function)。 **(10 分)**

(2) 試在 0.05 之顯著水準(level of significance)下，進行如下之假設檢定：

$H_o:\theta\le 40,\ H_1:\theta>40$。 **(10 分)**

6. 隨機變數 X 具如下之機率密度函數，且參數 α 為已知 ($\alpha=40$)。

$$f_X(x;\alpha,\beta)=\frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^{\alpha}}x^{\alpha-1}e^{-x/\beta},\ \alpha>0,\beta>0,\ x\ge 0.$$

該分布之一組樣本數(sample size)為 10 之隨機樣本之平均值為 75.3，推求參數 β 之最大概似法(maximum likelihood method)推估值。 **(10 分)**