

I. 計算題，每題 5 分 (共 30 分，如有必要，請附上計算過程)

1. 若一皮卡丘每日起床發電量為 10 千安培，之後隨著每小時增減 1 千安培，增加和減少機率相同。該皮卡丘早上七點起床，若中午十二點吃飯時的發電量為隨機變數 X ，請問 $E(X)$ 和 $\text{var}(X)$ 的值(2+3 分)。
2. 承上題，請寫出 X 的機率分配。
3. 承上題，隨機抽樣 T 日，紀錄該皮卡丘中午十二點吃飯時的發電量，得到樣本平均數 \bar{X}_T 。請根據才比雪夫不等式(Chebyshev's Inequality)找出 $P(|\bar{X}_T - E(X)| > 10)$ 機率值的下界(lower bound)。
4. 根據神奇寶貝理論，正常兩歲皮卡丘每日發電量變化為隨機變數 $Z \sim N(0,1)$ ；請問 $P(Z > Z^*) = 0.005$ ，請問 Z^* 值為何？
5. 承上題，若正常兩歲皮卡丘每日體重為隨機變數 W (公斤)，令 $V = Z - W$ ，且 V 和 Z 獨立， V 和 W 獨立；請問隨機變數 V 的變異數為何？
6. 承上題，若 W 為常態分配， $W \sim N(\mu_w, \sigma_w^2)$ ，且 σ_w^2 未知。隨機抽樣兩個樣本 W_1 和 W_2 ，定義 $\bar{W} = \sum_{i=1}^2 W_i / 2$ ，請寫出統計量 $\frac{\bar{W} - \mu_w}{\sqrt{(W_1 - \bar{W})^2 + (W_2 - \bar{W})^2}}$ 的分配，並寫出分配的期望值和變異數(3+2 分)。

II. 是非題，每題 5 分(共 20 分，須說明理由，如敘述錯誤請更正)

7. 若隨機變數 X 和 Y 為無相關，則 $E(XY) = E(X)E(Y) = 0$ 。
8. 邦費羅尼校正(Bonferroni correction)，或稱為邦費羅尼程序(Bonferroni procedure)是針對迴歸分析的事後結果做校正和檢定的一個統計方法。
9. 隨機抽取隨機樣本 $\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$ ，隨機變數 X 屬於某一分配；根據中央極限定理樣本平均數在極限上一定逼近常態分配。
10. 卡方檢定(Chi-square test)的檢定統計量遵循卡方分配。

II. 選擇及填充題，每題 5 分 (共 50 分，本部分作答時請直接寫出題號及答案，不需要附上計算過程。)

11. 小遙想要利用台灣上市公司的資料估計以下證券市場線(security market line, SML):

$$E(r_i) = \gamma_0 + \gamma_1 \text{Beta}_i + u_i \quad (1)$$

其中 $E(r_i)$ 是 i 公司的預期報酬， Beta_i 代表 i 公司股價報酬受到大盤報酬影響的程度。假設 Beta 可以直接觀察到，且 $\text{Cov}(\text{Beta}, u) = 0$ 。但由於 $E(r)$ 無法直接觀

見背面

察到，因此小遙使用公司過去十年的平均報酬率 \bar{r} 來替代 $E(r)$ 。假設 $E(r)$ 與 \bar{r} 之間存在一衡量誤差(measurement error) e_0 ：

$$e_0 = \bar{r} - E(r) \quad (2)$$

另假設 $Cov(\beta, e_0) = 0$ 。令經由古典最小平方法(ordinary least square, OLS)得到的 γ_0 及 γ_1 估計式分別為 $\hat{\gamma}_0$ 及 $\hat{\gamma}_1$ ，請問以下敘述何者正確？注意答案可能不只一個。

- (a) $\hat{\gamma}_0$ 為 γ_0 的不偏及一致估計式
- (b) $\hat{\gamma}_1$ 為 γ_1 的不偏及一致估計式
- (c) $\hat{\gamma}_1$ 的標準誤 (standard error) 將比沒有衡量誤差($e_0 = 0$)時來得大
- (d) $\hat{\gamma}_1$ 的標準誤將比沒有衡量誤差時來得小

12. 承第 11 題。假設 $E(r)$ 可以直接觀察到，但在估計 β 時有衡量誤差 e_1 ：

$$e_1 = \widehat{\beta} - \beta \quad (3)$$

其中 $\widehat{\beta}$ 代表 β 的估計值。另假設 $Cov(\widehat{\beta}, e_1) = 0$ 。請問以下敘述何者正確？注意答案可能不只一個。

- (a) $\hat{\gamma}_0$ 為 γ_0 的不偏及一致估計式
- (b) $\hat{\gamma}_1$ 為 γ_1 的不偏及一致估計式
- (c) $\hat{\gamma}_1$ 的標準誤將比沒有衡量誤差($e_1 = 0$)時來得大
- (d) $\hat{\gamma}_1$ 的標準誤將比沒有衡量誤差時來得小

13. 承第 12 題，但更改假設為 $Cov(\beta, e_1) = 0$ 。換言之， $Cov(\widehat{\beta}, e_1) \neq 0$ 。請問以下敘述何者正確？注意答案可能不只一個。

- (a) $\hat{\gamma}_0$ 為 γ_0 的不偏及一致估計式
- (b) $\hat{\gamma}_1$ 的機率極限 (probability limit, $plim(\hat{\gamma}_1)$) 將高於 γ_1 ，因此可能高估母體 SML 的斜率
- (c) $\hat{\gamma}_1$ 的機率極限將低於 γ_1 ，因此可能低估母體 SML 的斜率
- (d) $\hat{\gamma}_1$ 的標準誤將比沒有衡量誤差($e_1 = 0$)時來得大。

14. 承第 13 題，請寫下 $\hat{\gamma}_1$ 的機率極限，應為 γ_1 ， σ_{β}^2 及 $\sigma_{e_1}^2$ 的函數

15. 小光使用 OLS 估計公司的營收與資產報酬率對於公司執行長(CEO)薪資的影響，並得到以下結果：

$$\widehat{salary}_i = 2,306 + 217 \ln(sales)_i + 3,361 ROA_i \quad (4)$$

$$N = 123, R^2 = 0.20$$

其中 $salary$ 為 CEO 的薪資，單位為千元。 $sales$ 為公司營收，單位為百萬元。 \ln 為自然對數。 ROA 為資產報酬率，計算方式為公司稅前息前盈餘(單位：新台幣

元)除以公司總資產帳面價值(單位: 新台幣元)。 N 為樣本數。 R^2 為判定係數。請問以下對於迴歸結果的解讀何者正確? 注意答案可能不只一個。

- (a) 公司營收增加 1% 時, CEO 的薪資將增加 21.7 萬元
- (b) 公司營收每增加 1 千萬時, CEO 的薪資將增加 21.7%
- (c) 公司 ROA 增加 1 個百分點時, CEO 薪資將增加 336.1 萬元
- (d) 公司 ROA 增加 1 個百分點時, CEO 薪資將增加 3.361 萬元

16. 承 15 題, 若 ROA 的係數的 t 統計量(值)為 6.39, 請寫下 ROA 的係數在 95% 水準下的信賴區間。由於在小光的樣本數下 t 分配已非常接近 z 分配, 請直接使用 z 分配的臨界值。請將答案四捨五入到整數。

17. 承 15 題, 請寫下聯合檢定 $\ln(\text{sales})$ 及 ROA 的係數皆為零的 F 統計量(值)。

18. 承 15 題, 若小光將 CEO 薪資的衡量單位由新台幣改為美元(假設 1 美元 = 30 新台幣), 請問以下敘述何者正確? 注意答案可能不只一個。

- (a) ROA 的係數將縮小為原來的 1/30
- (b) ROA 的 t 統計量(值)將縮小為原來的 1/30
- (c) 模型的殘差平方和(sum of squared residuals)將縮小為原來的 1/30
- (d) 模型的均方根誤差(root mean squared error, 或 standard error of the regression) 將縮小為原來的 1/30

19. 承 15 題, 小光考慮公司治理的效果後重新估計以下迴歸:

$$\widehat{\text{salary}}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \ln(\text{sales})_i + \hat{\beta}_2 \text{ROA}_i + \hat{\beta}_3 \text{ROA}_i \times G_Index_i + \hat{\beta}_4 G_Index_i \quad (5)$$

其中 G_Index 為一公司治理指標, 其值為 0 至 6 之間的整數, 數值越大代表公司治理越差。小光預期當公司治理越好時, CEO 的固定薪資(薪資結構中不受公司績效影響的部分)應該越低, 但薪資結構中會隨著績效變動的部分(例如分紅)應該越高。基於以上的想法, 請問小光對於迴歸係數的預期應為何? 注意答案可能不只一個。

- (a) $\hat{\beta}_3 > 0$
- (b) $\hat{\beta}_3 < 0$
- (c) $\hat{\beta}_4 > 0$
- (d) $\hat{\beta}_4 < 0$

20. 承 15 題, 假設母體迴歸式為:

$$\text{salary}_i = \beta_0 + \beta_1 \ln(\text{sales})_i + \beta_2 \text{ROA}_i + u_i \quad (6)$$

其中 $E(u|\ln(\text{sales}), \text{ROA}) = 0$, $\text{Cov}(\ln(\text{sales}), u) = \text{Cov}(\text{ROA}, u) = 0$, 但在中部與北部的公司工作的 CEO 的殘差變異數 $\text{Var}(u|\ln(\text{sales}), \text{ROA})$ 較在南部工作的 CEO 來得

大。請問以下敘述何者正確？注意答案可能不只一個。

- (a) OLS 估計式 $\hat{\beta}$ 仍為 β 的不偏估計式。
- (b) OLS 估計式 $\hat{\beta}$ 仍為 β 的一致估計式。
- (c) R^2 不再適合用來當作良好配適度的指標。
- (d) 傳統 OLS 所使用的迴歸係數 t 統計量不再具有 t 分配。

附錄

Standard Normal probabilities

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
-1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
-0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
-0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
-0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
-0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
-0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
-0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
-0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
-0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
-0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
-0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

試題隨卷繳回